

一种低复杂度的低信噪比非相干直扩信号捕获算法

熊竹林, 安建平

(北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081)

摘要: 针对低信噪比非相干直扩信号捕获问题, 本文提出一种区域并行块捕获算法. 该算法首先对调制数据偏移量所在区域进行并行预估计并舍弃可能含有数据跳变的非有效数据段, 然后对各支路有效数据段进行快速傅里叶变换和非相干累加得到各频点的累加检测值, 最后对累加检测峰值进行恒虚警判定和抛物插值以实现信号检测和参数的精确估计. 理论分析和仿真结果均表明, 本文算法能够根据虚警漏警概率、捕获时间和信噪比要求对参数进行优化, 在实现快速可靠捕获的同时保持较低的计算复杂度和资源消耗.

关键词: 非相干数据位调制; 低复杂度; 低信噪比; 参数优化

中图分类号: TN914.42 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2016)04-0753-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.04.001

A Low Complexity Acquisition Algorithm for DSSS Signal with Low SNR and Non-Coherent Data Modulation

XIONG Zhu-lin, AN Jian-ping

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A block acquisition algorithm based on parallel interval estimation is proposed for direct sequence spread spectrum (DSSS) signal with low signal-to-noise ratio (SNR) and non-coherent data modulation. First, the existence interval of data modulation offset is estimated in parallel with invalid data section abandoned against possible bit-flip. Then fast Fourier transform (FFT) and incoherent accumulation are adopted in the valid data sections of each estimation branch to acquire cumulative detection value of each frequency point. Finally, the constant false alarm rate detection and parabolic interpolation are performed on the maximum cumulative detection value to fulfill signal detection and parameter estimation. Both analysis and simulation demonstrate that by adjusting key parameters to match the requirement of false alarm and detection probability, acquisition time and SNR, the proposed algorithm achieves good performance with low computational complexity and resource consumption.

Key words: non-coherent data modulation; low complexity; low SNR; parameter optimization

1 引言

随着航天科技的进步, 非相干数据位调制直接扩频序列在航天测控通信中作为遥测遥控信号得到了广泛应用^[1-3]. 与相干直扩信号相比, 非相干直扩信号的调制信息与扩频序列采用非同源时钟, 具有更强的抗截获和保密特性, 且数据速率可变, 应用灵活, 但与此同时由于非相干调制信息破坏了伪码自身的周期特性, 传统捕获算法的灵敏度将大幅降低^[4,5].

文献[6]提出一种导航信息辅助下的码捕获算法, 算法具有较低的信噪比门限, 但无码率导引头会大幅

降低非相干直扩信号原有的安全性和灵活性. 文献[7]以调制信号频谱的主瓣能量之和作为观测量, 由于同时会引入主瓣噪声, 算法仅在低数据率调制时有效. 文献[8]提出一种差分捕获算法, 通过延迟共轭相乘使调制数据相互抵消, 该算法结构简单且计算复杂度低, 但在低信噪比环境下会产生较大的差分信噪比损失. 文献[9]提出一种全比特并行块捕获算法, 对调制数据偏移量进行并行预估计, 各支路按照估计值调整相关时间窗进行混合相干累加. 与差分捕获算法相比, 该算法信噪比门限低、捕获时间短, 但计算复杂度也远高于前者. 文献[10]提出一种改进的全比特并行块捕获算法,

利用扩频码的周期性等分相关时间窗,从而将调制数据偏移量的估计支路减少为两路.由于相干累加长度减少一半,改进算法会带来至少 3dB 的信噪比增益损失,为此在低信噪比环境下算法需要保留文献[9]中的全并行模块对捕获结果进行二次确认,这将大大削弱改进算法的资源优势.文献[11]以系统要求的最低输入信噪比和虚漏警概率作为约束条件,对文献[9]算法中的非相干累加次数进行优化,由于计算复杂度由非相干累加次数、相干累加长度和调制数据偏移量的估计支路数共同决定,文献[11]的优化效率并不理想.为了在有限的资源下实现低信噪比非相干直扩信号的捕获,本文将区域并行和参数优化思想进行整合,提出一种区域并行块捕获算法.一方面,通过估计调制数据偏移量的存在区间并舍弃可能含有数据跳变的非有效数据段,以较少的估计支路消除非相干数据位对捕获性能带来的影响;另一方面,将计算复杂度设定为目标函数,利用割平面法在系统约束条件下对算法的全部关键参数进行联合优化.理论分析和仿真结果均表明,本文算法在满足虚警漏警概率、捕获时间和信噪比要求的前提下,计算复杂度远低于文献[11]优化准则下的全比特并行块捕获算法.

2 非相干数据调制对信号捕获的影响

为不失一般性,假设信道为加性高斯白噪声(AWGN)信道,经过数字下变频、低通滤波器和 chip 速率采样后的准基带信号可以表示为

$$s(n) = \sqrt{P_s} d(\lfloor n/N_{DS} - \tau \rfloor) c(n) e^{j(2\pi f_c n + \varphi)} + v(n) \quad (1)$$

式中, P_s 为信号功率, d 为调制数据, $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整符号, $N_{DS} \in Q^+$ 为扩频比, $\tau \in [0, 1)$ 为调制数据偏移量, c 为扩频码, chip 速率为 R_c , 码周期为 N_{PN} , f_d 为按 chip 速率归一化的多普勒频偏, φ 为载波初始相位, $v(n)$ 为零均值复高斯噪声,其实部和虚部的方差均为 $\sigma^2/2$. 由式(1)可知,数据位在 $n = \lceil (n_d + \tau) N_{DS} \rceil$ 处发生跳变,其中 $n_d \in Z$ 为调制数据编号, $\lceil \cdot \rceil$ 为向上取整符号.由于 $N_{DS} \neq N_{PN}$ 且 τ 为随机变量,导致扩频码的周期性遭到破坏,传统捕获算法的灵敏度将大幅降低.

为解决低信噪比非相干直扩信号快速捕获问题,文献[9]提出了全比特并行块捕获算法,首先对调制数据偏移量进行 K_{FP} 路全并行预估计,各支路再按照估计值分别采用基于 N_{FFT} 点 FFT 的频域并行捕获算法^[4],得到 $K_{FP} N_{FFT}$ 组频域累加检测值.选取最大的累加检测值进行恒虚警捕获判定,超过门限即视为捕获成功,输出相应的码相位和多普勒频偏,否则更新缓存重新进行捕获.该算法信噪比门限低且估计精度高,其复杂度与 K_{FP} 成正比, K_{FP} 满足

$$K_{FP} = \arg \min_{K_{FP}} (\lfloor K_{FP} N_{DS} \rfloor - K_{FP} N_{DS} \rfloor + \lfloor K_{FP} \rfloor - \lfloor K_{FP} \rfloor) \quad (2)$$

由式(2)可知,在大多数情况下 $K_{FP} \gg N_{DS}$,导致全并行算法的复杂度过高,很难在实际中应用.

3 区域并行块捕获算法

3.1 算法原理

直扩信号捕获的目的在于信号的检测和参数的初步估计^[12],这就要求算法必须在规定时间内获得足以保证虚漏警概率和估计精度的信噪比增益.全比特并行捕获算法遍历了调制数据偏移量的所有可能取值,算法的信噪比增益 SNR_g 为

$$SNR_g = 2MN_{DS}SNR_l \quad (3)$$

式中 M 为非相干调制数据段的个数, SNR_l 为非相干信噪比损失,满足^[8]

$$SNR_l \approx \frac{1}{4 + 2\sigma^2 / (N_{DS} P_s)} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),得到

$$SNR_g \approx \frac{MN_{DS}}{2 + 1 / (N_{DS} SNR_{in})} \quad (5)$$

从式(5)可以看出,在输入信噪比已知的情况下,信噪比增益只和非相干调制数据段 M 、相干数据长度 N_{DS} 相关.于此同时,算法复杂度 C 可以表示为

$$C = C_{coef} MK_{FP} 2^{\lceil \log_2(N_{DS}) \rceil} \lceil \log_2(N_{DS}) \rceil \quad (6)$$

$$\approx C_{coef} MK_{FP} N_{DS} \log_2(N_{DS})$$

式中 C_{coef} 为常数项,结合式(2)中 K_{FP} 与 N_{DS} 的关系可以看出,算法复杂度也同样由非相干调制数据段 M 、相干数据长度 N_{DS} 所决定.而要降低算法的复杂度有两种方式,一种方式是直接减少非相干调制数据段 M ,另一种则是减少相干数据长度 N_{DS} ,这两种方式都是以全比特并行捕获算法存在信噪比裕度(实际信噪比增益与满足系统要求的最低信噪比增益之差)为前提,且以降低算法信噪比增益为代价.

第一种方式将 K_{FP} 与 N_{DS} 视为常数项, M 作为 SNR_g 的相关变量,联立式(5)和式(6),得到

$$C \approx C_{coef} K_{FP} \log_2(N_{DS}) \left(2 + \frac{1}{N_{DS} SNR_{in}} \right) SNR_g \quad (7)$$

对 SNR_g 求一阶偏导得到消耗单位信噪比所对应复杂度优化率为

$$\Delta C_1 \approx C_{coef} K_{FP} \log_2(N_{DS}) \left(2 + \frac{1}{N_{DS} SNR_{in}} \right) \quad (8)$$

第二种方式将 M 视为常数项, K_{FP} 与 N_{DS} 作为 SNR_g 的相关变量.由于 K_{FP} 与 N_{DS} 在第 2 节以被定义为固定参数,再接下来的分析中分别使用 K 与 N_v 作为代替.

设 $SNR'_g = \sqrt{SNR_g SNR_{in} (M + SNR_g SNR_{in})}$,通过式(5)得到相干长度 N_v 与信噪比增益 SNR'_g 的关系满足

$$N_v \approx SNR_g / M + SNR_g' / (MSNR_{in}) \quad (9)$$

要得到复杂度 C 与 SNR_g 的关系式,需要先给出变量 K 与 N_v 的关系.容易证明(见 3.2 节),当相干累加长度 $K \geq \lceil N_{DS} / (N_{DS} - N_v + 1) \rceil$ 时即可保证相干累加数据段在码相位完全对齐的情况下不会出现段内数据跳变,这里 K 取最小值

$$K = \left\lceil \frac{N_{DS}}{N_{DS} - N_v + 1} \right\rceil \approx \frac{N_{DS}}{N_{DS} - N_v + 1} \quad (10)$$

将式(9)和式(10)代入式(6)并对 SNR_g 求一阶偏导,得

$$\Delta C_2 \approx C_{coef} \left(\log_2(N_v) \frac{N_{DS} + 1}{N_{DS} - N_v + 1} + K \frac{1}{\ln(2)} \right) \cdot \frac{M + 2(SNR_g SNR_{in} + SNR_g')}{2SNR_g'} \quad (11)$$

将 $N_v = N_{DS}$ 代入式(11)

$$\Delta C_2 |_{N=N_{DS}} \approx \left((N_{DS} + 1) \log_2(N_{DS}) K_{FP} + K_{FP} \frac{1}{\ln(2)} \right) \cdot C_{coef} \frac{M + 2(SNR_g SNR_{in} + SNR_g')}{2SNR_g'} \quad (12)$$

由于 $N_{DS} \log_2(N_{DS}) \gg (\log_2(N_{DS}) + 1/\ln(2))$,式(12)可以化简为

$$\Delta C_2 |_{N=N_{DS}} \approx C_{coef} M N_{DS} \log_2(N_{DS}) K_{FP} \cdot \frac{M + 2(SNR_g SNR_{in} + SNR_g')}{2MSNR_g'} \quad (13)$$

只需要再满足 $N_{DS}^2 SNR_{in} \gg 1$ (绝大多数直扩系统都可以满足该条件),即可证明

$$\Delta C_2 |_{N=N_{DS}} > 1.5 C_{coef} N_{DS} \log_2(N_{DS}) K_{FP} \gg \Delta C_1 \quad (14)$$

从式(14)可以看出,在消耗等量信噪比增益的前提下,减少相干数据长度 N_v 会获得比降低非相干调制数据段 M 高的多的优化效率,而式(13)又说明了这种高优化率主要来调制数据偏移量估计支路 K 的大幅压缩.

3.2 算法流程

为了尽可能的压缩偏移量估计支路以降低算法的复杂度,本文在沿用块捕获策略的同时对全并行算法进行改进,提出一种区域并行块捕获算法,其实现框图如图 1 所示,算法的具体实现步骤如下:

步骤 1 将基带输入存入缓存,得到 N 阶向量 $\mathbf{s}_{buff} = [s(n - N + 1), s(n - N + 2), \dots, s(n)]$,将缓存向量与本地伪码 \mathbf{c} 对位相乘,得到

$$\mathbf{s} = [s(n - N + 1)\tilde{c}(0), s(n - N + 2)\tilde{c}(1), \dots, s(n)\tilde{c}(N - 1)] \quad (15)$$

式中 \circ 为 Hadamard 积运算符,结合式(1)得到向量各元素表达式

$$\mathbf{s}(n) = \sqrt{P_s} d(\lfloor n/N_{DS} - \tau \rfloor) \tilde{c}(N - 1) c(n) e^{j(2\pi f_d n + \varphi)} + v'(n) \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (16)$$

式中 $v'(n) = v(n)\tilde{c}(N - 1)$ 仍为零均值复高斯噪声,其实部和虚部的方差均为 $\sigma^2/2$. 当本地伪码相位与输入信号码相位完全对齐,即满足 $\tilde{c}(N - 1) = c(n)$ 时,式(16)可以化简为

$$\mathbf{s}(n) = \sqrt{P_s} d(\lfloor n/N_{DS} - \tau \rfloor) e^{j(2\pi f_d n + \varphi)} + v'(n) \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (17)$$

步骤 2 将调制数据偏移量等间隔划分为 K 个估计区间

$$\tilde{\tau}_k = \begin{cases} [(K + 1)/K, 1) & k = 0 \\ [(k - 1)/K, k/K) & k = 1, 2, \dots, K - 1 \end{cases} \quad (18)$$

再根据各区间的估计范围将向量 \mathbf{s} 划分成 M 个长度为 N_v 的有效数据段,如图 2 所示.图 2 中有效数据段 $\mathbf{s}_{k,i} = [s(\lceil kN_{DS}/K + iN_{DS} \rceil), s(\lceil kN_{DS}/K + iN_{DS} \rceil + 1), \dots, s(\lceil kN_{DS}/K + iN_{DS} \rceil + N_v - 1)] (i = 0, 1, \dots, M - 1)$. 结合 3.1 节的分析可知,为获得最高的复杂度优化效率,这里将有效长度取最大值

$$N_v = \lfloor (K - 1) N_{DS} / K \rfloor \quad (19)$$

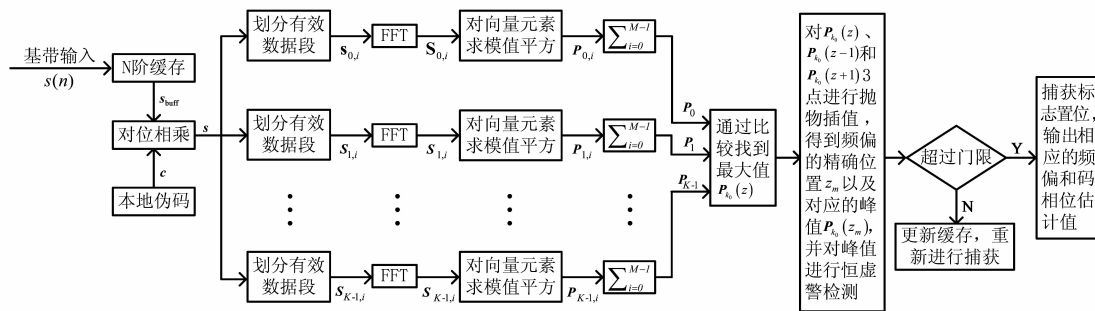


图 1 区域并行块捕获算法实现框图

当本地伪码相位与输入信号码相位完全对齐且 $\tau \in \tilde{\tau}_k$ 时,有效数据段元素为

$$\mathbf{s}_{k,i}(n) = \sqrt{P_s} d(i + \lfloor k - 1 \rfloor) e^{j(2\pi f_d n + \varphi)} + v'(n) \quad (20)$$

式中 $n = 0, 1, \dots, N_v - 1$.

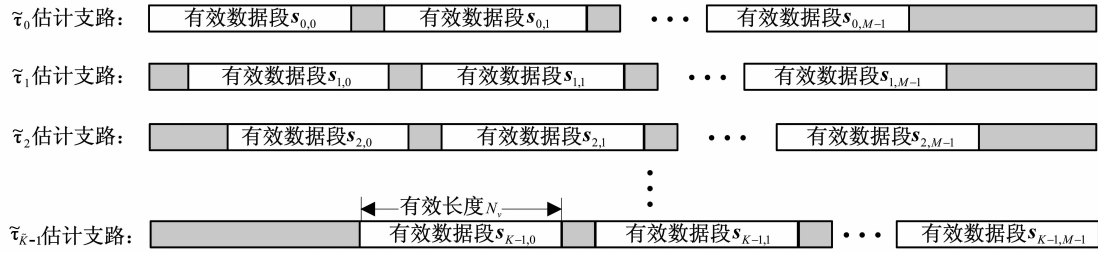


图2 有效数据段划分示意图

步骤3 将各有效数据段补零至 N_{FFT} 点进行 FFT, 得到频谱 $S_{k,i}(z)$ 的表达式为

$$S_{k,i}(z) = \sum_{n=0}^{N_e-1} s_{k,i}(n) e^{-j\frac{2\pi n}{N_{\text{FFT}}}} \quad (21)$$

式中 $z = -N_{\text{FFT}}/2, -N_{\text{FFT}}/2 + 1, \dots, N_{\text{FFT}}/2 - 1, N_{\text{FFT}}$ 满足

$$N_{\text{FFT}} = 2^{\lceil \log_2(N_e) \rceil} \quad (22)$$

步骤4 将同一估计支路不同数据段的频谱元素求模值平方后进行非相干累加, 得到当前时刻的累加检测值

$$P_k(z) = \sum_{i=0}^{M-1} |S_{k,i}|^2 = \sum_{i=0}^{M-1} \left| \sum_{n=0}^{N_e-1} s_{k,i}(n) e^{-j\frac{2\pi n}{N_{\text{FFT}}}} \right|^2 \quad (23)$$

步骤5 比较 K 组共 KN_{FFT} 个累加检测值, 找到最大值 $P_{k_0}(z_0)$. 由式(18)和式(23)可知, 忽略噪声影响的情况下(有噪分析见 3.3 节), 累加检测值峰值的位置参数 k_0 和 z_0 应该满足

$$k_0 = \lfloor \tau K \rfloor + 1 - \lfloor \tau + 1/K \rfloor K, z_0 = \lfloor f_d N_{\text{FFT}} + \frac{1}{2} \rfloor \quad (24)$$

将式(17)代入式(23), 得到

$$P_{k_0}(z_0) = MP_s \text{sinc}^2 \left(f_d N_e - z_0 \frac{N_e}{N_{\text{FFT}}} \right) + v''(n) \quad (25)$$

式中噪声部分统一用 $v''(n)$ 表示, 从式(25)的信号部分可以看出, 此时算法已完成伪码相位和调制数据偏移量所在区间的估计, 并消除了绝大部分的多普勒频偏。

步骤6 受限于 FFT 的栅栏效应, 式(25)仍存在约 $1/(2N_{\text{FFT}})$ 的频率估计偏差, 为了在不增加 FFT 阶数的前提下消除该偏差, 需要利用 $P_- = P_{k_0}(z_0 - 1)$, $P_0 = P_{k_0}(z_0)$, $P_+ = P_{k_0}(z_0 + 1)$ 3 点进行抛物插值^[13], 得到

$$z_m = z + (\sqrt{P_+} - \sqrt{P_-})/2(\sqrt{P_+} - 2\sqrt{P_0} + \sqrt{P_-}) \quad (26)$$

$$P_m = P_0 / \text{sinc}^2(N_e \Delta z / N_{\text{FFT}}) \quad (27)$$

式中 $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$;

步骤7 将 P_m 与恒虚警检测门限进行比较, 若超过门限则判定捕获成功, 将捕获标志置位, 输出相应的归一化频偏估计值 \tilde{f} 、码相位估计值 $\tilde{c}(n)$ 以及调制数据偏移量所在区间 $\tilde{\tau}$

$$\tilde{f} = z_m / N_{\text{FFT}}, \tilde{c}(n) = \tilde{c}(N - 1), \tilde{\tau} = \tilde{\tau}_{k_0} \quad (28)$$

若低于门限则判定捕获失败, 将缓存向量 s_{buff} 更新为 $[s(n - N + 2), s(n - N + 3), \dots, s(n + 1)]$, 并重新开始捕获。

3.3 性能分析

本节将从信号的捕获概率和参数估计精度两方面来分析算法的性能。

首先是信号检测部分, 当中频信号不存在或码相位尚未对齐时, FFT 输出的频谱各元素 $S_{k,i}(z)$ 满足均值为 0 的复高斯分布, 其实部和虚部的方差 $\sigma_s^2 = 0.5N_e\sigma^2$. 相应的, 式(23)中的累加检测值 $P_k(z)$ 服从自由度为 $2M$ 的 Γ 分布, 其概率密度函数为

$$p_0(u) = u^{M-1} e^{-u/2\sigma_s^2} / (2^M \sigma_s^{2M} \Gamma(M)), u \geq 0 \quad (29)$$

当调制数据偏移量真值所在支路的码相位完全对齐时, 经过抛物插值后的累加检测峰值 P_m 服从自由度为 $2M$, 非中心参量为 λ 的非中心 chi 平方分布, 其概率密度函数为

$$p_1(u) = (u/\lambda)^{(M-1)/2} e^{-(\lambda+u)/2\sigma_s^2} I_{M-1}(\sqrt{\lambda u}/\sigma_s^2) / 2\sigma_s^2 \quad (30)$$

式中 $u \geq 0$, $I_{M-1}(\cdot)$ 为 $M-1$ 阶修正贝塞尔函数, 非中心参量 $\lambda = MN_e^2 P_s$. 将恒虚警门限设为 V_T , 得到算法的虚警概率和捕获概率

$$\begin{aligned} P_{fa} &= 1 - \left[\int_0^{V_T} p_0(u) du \right]^{KN_{\text{FFT}}} \\ &= 1 - \left[1 - e^{-V_T/2\sigma_s^2} \sum_{j=0}^{M-1} (V_T/2\sigma_s^2)^j / j! \right]^{KN_{\text{FFT}}} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} P_d &\approx 1 - \left[\int_0^{V_T} p_0(u) du \right]^{KN_{\text{FFT}}-1} \int_0^{V_T} p_1(u) du \\ &= 1 - \left[1 - e^{-V_T/2\sigma_s^2} \sum_{j=0}^{M-1} (V_T/2\sigma_s^2)^j / j! \right]^{KN_{\text{FFT}}-1} \\ &\quad \cdot \int_0^{V_T} (u/\lambda)^{(M-1)/2} e^{-(\lambda+u)/2\sigma_s^2} I_{M-1}(\sqrt{\lambda u}/\sigma_s^2) / 2\sigma_s^2 du \end{aligned} \quad (32)$$

需要说明的是, 虽然受到码相关值的非理想性、频谱旁瓣泄漏和相关峰的调制数据偏移邻区间泄漏的影响, 会导致累加检测值 $P_k(z)$ 在真值附近会出现大小不等的伪相关峰, 但由于伪峰与真峰的信号部分很强的

相关性,所以并不会产生太大偏差.

算法频率估计精度受到 FFT 和抛物插值的共同影响,当步骤 5 中的累加检测峰值位置满足式(24)时,估计误差主要由抛物插值决定. 设插值前的频点估计误差 $\delta = z_0 - f_d N_{\text{FFT}}$,则经过抛物插值之后的误差为^[13]

$$\delta' = \delta - \frac{\delta_L - \delta_R}{2 \{ 2(1 - \delta^2) \sin[\pi N_e \delta / N_{\text{FFT}}] - \delta_L - \delta_R \}} \quad (33)$$

式中 $\delta_L = \delta(1 + \delta) |\sin[\pi N_e (\delta - 1) / N_{\text{FFT}}]|$, $\delta_R = \delta(1 - \delta) \cdot |\sin[\pi N_e (\delta + 1) / N_{\text{FFT}}]|$.

当上述条件不满足时,FFT 带来的估计误差将远大于抛物插值,此时频率估计的均方误差为

$$\text{var}_f = \int_{-0.5}^{0.5} (u - f_d)^2 du = 1/12 + f_d^2 \quad (34)$$

代入累加检测值满足条件的概率^[14]

$$q \approx \int_0^\infty p_1(u) \left[\int_0^u p_0(v) dv \right]^{KN_m - 1} du \quad (35)$$

即可得到算法总的估计均方误差

$$\text{MSFE} = (1 - q) \text{var}_f + q (\delta' / N_{\text{FFT}})^2 \quad (36)$$

3.4 关键参数

算法待确定的关键参数有 4 个:调制数据偏移量的估计区间数 K 、有效数据段长度 N_e 、输入缓存深度 N 、非相干累加次数 M . 其中, K 和 N_e 的关系已由式(19)给出. 结合图 2 可知, N 为 K 和 M 的二元函数,满足

$$N = \lceil MN_{\text{DS}} - N_{\text{DS}}/K \rceil + \lfloor N_{\text{DS}} - N_{\text{DS}}/K \rfloor \quad (37)$$

由此可知,算法关键参数的选取问题可以等效为一个二元整数规划问题:在满足系统捕获要求(最低输入信噪比 $\text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}$ 、最长捕获时间 $T_{\text{acq}}^{\text{up}}$ 、虚警率上限 $P_{\text{fa}}^{\text{up}}$ 和捕获概率下限 P_d^{lo})的前提下,找到一组整数 $(K, M) = (K_0, M_0)$,使得算法具有最低的复杂度,该问题的数学描述为

$$\begin{aligned} \min C(K, M) &= C_{\text{coef}} MK 2^{\lceil \log_2((K-1)N_{\text{DS}}/K) \rceil} \\ &\cdot \lceil \log_2((K-1)N_{\text{DS}}/K) \rceil K, M \in Z^+ \\ \text{s. t. } \text{SNR}_{\text{in}} &\geq \text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}, N(K, M) \leq T_{\text{acq}}^{\text{up}} R_c, 2 \leq K \leq K_{\text{FP}}, \\ P_{\text{fa}}(K, M, V_T) &= P_{\text{fa}}^{\text{up}}, P_d(\text{SNR}_{\text{in}}, K, M, V_T) \geq P_d^{\text{lo}} \end{aligned} \quad (38)$$

由于算法采用恒虚警判定,且由式(32)可知捕获概率 P_d 与输入信噪比 SNR_{in} 成正比,式(38)的约束条件可以化简为

$$\begin{aligned} \text{s. t. } N(K, M) &\leq T_{\text{acq}}^{\text{up}} R_c, 2 \leq K \leq K_{\text{FP}}, \\ P_{\text{fa}}(K, M, V_T) &= P_{\text{fa}}^{\text{up}}, P_d(\text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}, K, M, V_T) \geq P_d^{\text{lo}} \end{aligned} \quad (39)$$

对于式(38)来说,不论是目标函数还是约束条件均为复杂的非线性方程,使得解析优化算法的复杂度大大增加,且算法的充分全局最优性无法保证^[15]. 由文献[16]和 3.1 节的分析可知,式(38)中的目标函数和恒虚

警捕获概率分布函数在定义域内关于变量 K 和 M 的一阶差分均为正值,且前期以沿 K 轴方向进行优化会取得较快的收敛速度. 综合上述分析,本文采用适用于整数规划的割平面法^[17],首先通过增加关于 M 的约束条件将目标函数简化为关于 K 的一元函数,通过黄金分割法快速收敛至局部最优解,再以局部最优解复杂度的等高线绘制割平面,在割平面内逐层放宽约束条件来逼近全局最优解 (M_0, K_0) ,算法的具体步骤如下:

步骤 1 将 M 初始化为式(37)的上限 $M^{\text{up}} = \lfloor T_{\text{acq}}^{\text{up}} R_c / N_{\text{DS}} \rfloor$,此时估计区间数 K 也存在上限 $K^{\text{up}} = \min(\lfloor 2/(1 + M^{\text{up}} - \lfloor T_{\text{acq}}^{\text{up}} R_c / N_{\text{DS}} \rfloor) \rfloor, K_{\text{FP}})$,将 $M = M^{\text{up}}$ 加入式(39)后化简得到

$$\begin{aligned} \text{s. t. } M &= M^{\text{up}}, 2 \leq K \leq K^{\text{up}}, \\ P_d(\text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}, K, M^{\text{up}}, P_{\text{fa}}^{-1}(P_{\text{fa}}^{\text{up}}, K, M^{\text{up}})) &\geq P_d^{\text{lo}} \end{aligned} \quad (40)$$

在式(40)的约束下,式(38)简化为关于 K 的一元函数.

步骤 2 对 K 的有效区间进行边界验证

(1) 验证 $P_d(\text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}, K^{\text{up}}, M^{\text{up}}, P_{\text{fa}}^{-1}(P_{\text{fa}}^{\text{up}}, K^{\text{up}}, M^{\text{up}})) < P_d^{\text{lo}}$ 是否满足,若满足,则 $M = M^{\text{up}}$ 的约束下不存在有效解,跳转至步骤 3 尝试新约束 $M^{\text{up}} - 1 \leq M \leq M^{\text{up}}$;

(2) 验证 $P_d(\text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}, 2, M^{\text{up}}, P_{\text{fa}}^{-1}(P_{\text{fa}}^{\text{up}}, 2, M^{\text{up}})) \geq P_d^{\text{lo}}$ 是否满足,若满足,则 $(M^{\text{up}}, 2)$ 即为式(40)约束下的最优解,跳转至步骤 4;

若上面两条皆不满足,则 K 的最优解在 $[K_{\text{min}}, K_{\text{max}}] = [3, K^{\text{up}}]$ 区间内,需要通过黄金分割法进行迭代搜索:

(1) 验证条件 $K_{\text{max}} = K_{\text{min}} + 1$ 是否满足,若满足,则有效区间内只有唯一解 $(M^{\text{up}}, K_{\text{max}})$,此即为式(40)约束下的最优解,跳转至步骤 4;

(2) 找到 $[K_{\text{min}}, K_{\text{max}}]$ 的黄金分割点 $K_g = K_{\text{min}} + 0.618(K_{\text{max}} - K_{\text{min}})$;

(3) 验证 $P_d(\text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}, \lfloor K_g \rfloor, M^{\text{up}}, P_{\text{fa}}^{-1}(P_{\text{fa}}^{\text{up}}, \lfloor K_g \rfloor, M^{\text{up}})) \geq P_d^{\text{lo}}$ 是否满足,若满足,则 $\lfloor K_g \rfloor$ 成为新的搜索区间上界 K_{max} ,若不满足,则将 $\lfloor K_g \rfloor$ 作为搜索区间的下界 K_{min} ;

(4) 跳转至(1)在新的搜索区间内进行迭代.

由于函数 $C(K)$ 和约束条件 $P_d(K)$ 的一阶导数在有效区间内恒为正值,迭代算法满足收敛性. 随着最优解位置的不同,黄金分割法只需要进行 $\log_{2.62}(K_{\text{max}} - K_{\text{min}})$ 到 $\log_{1.62}(K_{\text{max}} - K_{\text{min}})$ 次迭代即可完成快速收敛.

步骤 3 由于 $M = M^{\text{up}}$ 的约束条件下不存在局部最优解,将关于 M 的约束放宽至 $M^{\text{up}} - 1 \leq M \leq M^{\text{up}}$,加入式(39)后化简得到

$$\text{s. t. } M = M^{\text{up}} - 1, K^{\text{up}} \leq K \leq K_{\text{FP}}, \quad (41)$$

$$P_d(\text{SNR}_{\text{in}}^{\text{lo}}, K, M^{\text{up}} - 1, P_{\text{fa}}^{-1}(P_{\text{fa}}^{\text{up}}, K, M^{\text{up}} - 1)) \geq P_d^{\text{lo}}$$

由式(37)可知,在式(41)的约束条件下 K 的有效区间为 $[K^{\text{up}}, K_{\text{FP}}]$,对区间进行边界判定:

(1) 验证 $P_d(SNR_{in}^{lo}, K_{FP}, M^{pp} - 1, P_{fa}^{-1}(P_{fa}^{pp}, K_{FP}, M^{pp} - 1)) < P_d^{lo}$ 是否满足, 若满足, 则在式(41)的约束下也不存在有效解, 由恒虚警捕获概率的单调性^[17]可以证明, 此时整个二元整数规划问题都不存在有效解, 算法终止;

(2) 验证 $P_d(SNR_{in}^{lo}, K^{pp}, M^{pp} - 1, P_{fa}^{-1}(P_{fa}^{pp}, K^{pp}, M^{pp} - 1)) \geq P_d^{lo}$ 是否满足, 若满足, 则在式(41)约束下的最优解为 $(M^{pp} - 1, K^{pp})$, 跳转至步骤4;

若上面两条皆不满足, 则最优解在 $[K_{min}, K_{max}] = [K^{pp} + 1, K_{FP}]$ 区间内, 需要通过黄金分割法进行迭代搜索, 搜索方式与步骤2相同。

步骤4 此时局部最优解 (M_0, K_0) 已经找到, 将其代入式(38)得到复杂度 C_0 , 并初始化 M 约束值下限 $M_{min} = M_0 - 1$, 将 M 的约束放宽至 $M_{min} \leq M \leq M^{pp}$, 加入式(39)后化简得到

$$s. t. M = M_{min}, K_0 \leq K \leq \min(K_{FP}, \lfloor C^{-1}(C_0, M_{min}) \rfloor),$$

$$P_d(SNR_{in}^{lo}, K, M_{min}, P_{fa}^{-1}(P_{fa}^{pp}, K, M_{min})) \geq P_d^{lo} \quad (42)$$

式中的第二项以局部最优解复杂度的等高线绘制割平面, 并增加了关于复杂度 C_0 的割平面不等式, 这样只需要在 $M = M_{min}$ 的条件下寻找复杂度低于 C_0 的解, 可以保证条件放宽后算法仍满足收敛性, 在式(42)的约束条件下对 K 的有效区间 $[K_{min}, K_{max}]$ 进行如下迭代:

(1) 验证 M_{min} 是否为零, 若满足, 则迭代完成, 输出当前最优解 (M_0, K_0) , 算法终止;

(2) 验证 $P_d(SNR_{in}^{lo}, K_{max}, M_{min}, P_{fa}^{-1}(P_{fa}^{pp}, K_{max}, M_{min})) < P_d^{lo}$ 是否满足, 若不满足, 则当前约束下不存在新的最优解, 跳转至(8);

(3) 验证 $P_d(SNR_{in}^{lo}, K_{min}, M_{min}, P_{fa}^{-1}(P_{fa}^{pp}, K_{max}, M_{min})) \geq P_d^{lo}$ 是否满足, 若满足, $(M_0, K_0) = (M_{min}, K_{min})$ 即为新的最优解, 跳转至(8);

(4) 验证 $K_{max} = K_{min} + 1$ 是否满足, 若满足, $(M_0, K_0) = (M_{min}, K_{max})$, 跳转至(8);

(5) 找到 $[K_{min}, K_{max}]$ 的黄金分割点 $K_g = K_{min} + 0.618(K_{max} - K_{min})$;

(6) 验证 $P_d(SNR_{in}^{lo}, \lfloor K_g \rfloor, M_{min}, P_{fa}^{-1}(P_{fa}^{pp}, \lfloor K_g \rfloor, M_{min}))$

$\geq P_d^{lo}$, 若满足, $K_{max} = \lfloor K_g \rfloor$, 若不满足, $K_{min} = \lfloor K_g \rfloor$;

(7) 跳转至(4)进行判定;

(8) $M_{min} = M_{min} - 1$, 更新复杂度 C_0 , 更新约束方程式(42), 跳转至(1)。

经过逐层迭代, 最终 M_{min} 减小为 0, 此时算法输出的最优解 (M_0, K_0) 满足如下约束

$$s. t. M \leq M^{pp}, N(K, M) \leq T_{acq}^{pp} R_c, 2 \leq K \leq K_{FP}, \quad (43)$$

$$P_{fa}(K, M, V_T) = P_{fa}^{pp}, P_d(SNR_{in}^{lo}, K, M, V_T) \geq P_d^{lo}$$

由式(37)可知, 式(43)第一项的解空间是第二项解空间的子空间, 式(43)与式(39)完全等价, (M_0, K_0) 即为式(38)的全局最优解。

4 算法验证

选择如下系统参数: 调制数据速率 $R_s = 1.37$ KHz, 码速率 $R_c = 10.23$ MHz, 扩频序列周期 $N_{PN} = 8192$; 捕获要求: 虚警概率 $P_{fa} \leq 10^{-6}$, 捕获概率 $P_d \geq 99.9\%$, 捕获时间 $T_{acq} \leq 10$ ms, 输入信噪比 $SNR_{in} \geq -30$ dB。

由式(2)和(37)分别得到 $K_{FP} = 137, M^{pp} = 13$ 。利用3.4节的割平面法确定关键参数, 仅需迭代16次即可收敛到全局最优解 $(M_0, K_0) = (13, 5)$ 。为了验证本文算法的有效性, 仿真不同估计区间数 K 对应的捕获概率和归一化频偏估计均方误差, 并通过实测数据进行验证。假定调制数据偏移量 τ 均匀分布于 $[0, 1)$, 归一化多普勒频偏 f_d 均匀分布于 $[-0.5, 0.5)$, 初始相位 φ 均匀分布于 $[-\pi, \pi)$ 。仿真条件: -37 dB $\leq SNR_{in} \leq -27$ dB, 步进为 0.1 dB, 单点仿真 10^8 次; 实测条件: Agilent E4438C 信号源产生调制信号, NOISECOM NC6110 可调噪声源生成噪声, 使用 Agilent N9030A 矢量分析仪进行信噪比控制, Xilinx XC6VLX240T FPGA 芯片完成信号采样, -37 dB $\leq SNR_{in} \leq -27$ dB, 步进为 1 dB, 为了保证各测试点实测值的置信度, -30 dB 和 -29 dB 两点分别测试 10^7 次, -28 dB 点测试 10^6 次, 其余点测试 10^4 次。将仿真和实测结果与式(32)和(36)中的理论值进行对比, 如图3和图4所示。

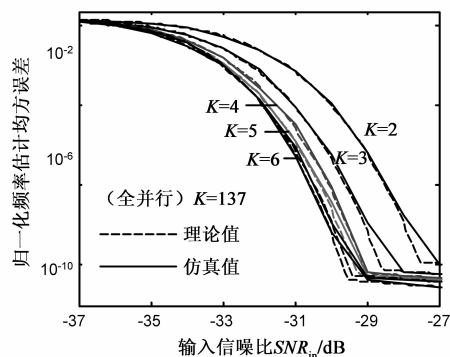
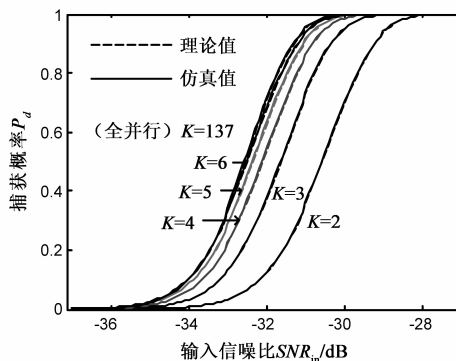


图3 仿真数据在不同估计区间数和输入信噪比下的捕获概率和归一化频偏估计均方误差

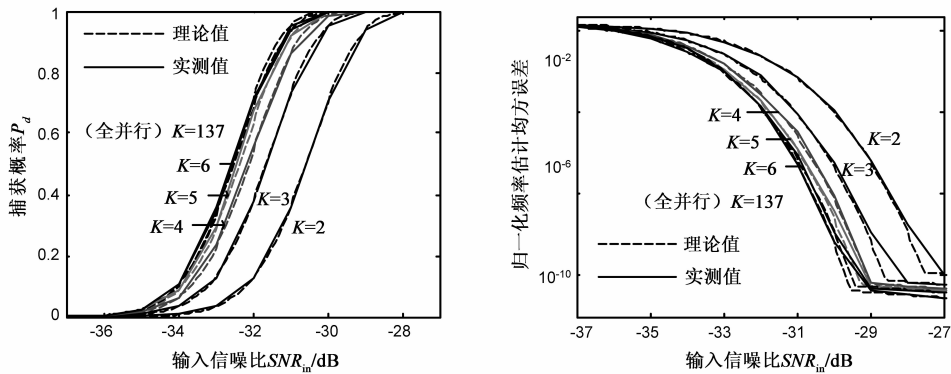


图4 实测数据在不同估计区间数和输入信噪比下的捕获概率和归一化频率估计均方误差

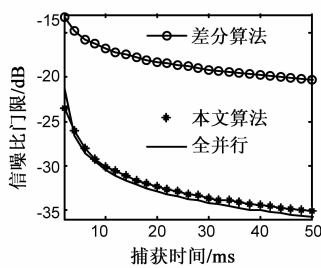


图5 三种算法在不同捕获时间下的信噪比门限

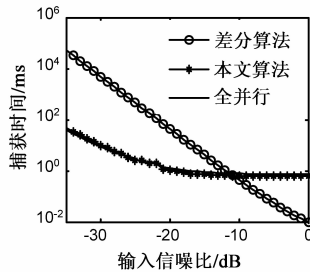


图6 三种算法在不同输入信噪比下所需的捕获时间

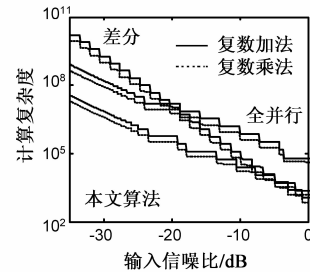


图7 三种算法在不同输入信噪比下所需的计算复杂度

从图3、图4可以看出,除了由于点数有限造成的门限抖动之外,仿真和实测结果与理论值基本重合.当 $K = K_{pp} = 137$ 时,本文算法等效为文献[11]优化准则下的全并行块捕获算法.仿真和实测结果表明,随着估计区间数 K 的增大,算法的捕获性能也随之提高,但是当估计区间超过6个,增加估计区间将无法明显改善捕获性能,这恰好证明了本文算法是全并行块捕获算法的一种合理简化.将参数 $(M, K) = (13, 5)$ 代入本文算法并与文献[8]的差分捕获算法和文献[11]优化准则下的全并行块捕获算法进行比较,比较结果如图5~图7所示.

图5是三种算法在不同捕获时间内满足捕获要求所需的最低输入信噪比,从图中可以看出,本文算法与全并行块捕获算法信噪比门限大致相当,比差分捕获算法低15dB.图6和图7分别是三种算法在不同输入信噪比下完成捕获所需的捕获时间和计算复杂度,由图6可知,当输入信噪比小于-15dB时,本文算法和全并行算法的捕获时间远小于差分算法,但随着信噪比的提高,对调制数据偏移量的预估计导致捕获时间出现地板效应.由图6和图7可以看出,差分算法在高信噪比环境下具有最低的计算复杂度,但随着信噪比的降低,捕获时间和FFT点数迅速增加导致复杂度骤增,而全并行由于并行支路多使得其复杂度始终较高.本文算法在高信噪比环境下复杂度仅略高于差分捕获算

法,而在低信噪比环境下则远低于两种参考算法.综合来看,本文算法在 $SNR_{in} \leq -15$ dB的中低信噪比环境下具有较大的速度和资源优势.

5 结论

为实现低信噪比非相干数据位调制直扩信号的快速捕获,本文提出了一种区域并行块捕获算法,该算法具有信噪比门限低、估计精度高、捕获时间短、资源消耗小等优点,并且对调制数据形式没有特殊要求,具有较高的实用性.只需稍作改进,区域并行块捕获算法就可以应用于变速率与非协作直扩信号的捕获,具有良好的理论研究价值和广阔的工程应用前景.

参考文献

- [1] Borio D, O'driscoll C, Lachapelle G. Coherent, non-coherent and differentially coherent combining techniques for the acquisition of new composite GNSS signals [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 45(3): 1227-1240.
- [2] Gernot C, O'keefe K, Lachapelle G. Assessing three new GPS combined L1/L2C acquisition methods [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 2239-2247.
- [3] 苗江宏, 马国宁, 贺寓东, 等. 非相干扩频接收机伪码跟踪环设计及FPGA实现[J]. 信息与电子工程, 2010, 8

- (6):647-651.
Miao Jiang-hong, Ma Guo-ning, He Yu-dong, et al. Design and FPGA realization of code tracking loop in noncoherent spectrum spread receiver [J]. Information and Electronic Engineering, 2010, 8(6):647-651. (in Chinese)
- [4] Akopian D. Fast FFT based GPS satellite acquisition methods [J]. IEE Proceedings on Radar, Sonar and Navigation, 2005, 152(4):277-286.
- [5] Ding Sheng, Yi Zheng-rong, Liu Hui-jie, et al. An improved code acquisition scheme for band-limited DSSS systems with sampling offset [J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(8):1169-1172.
- [6] 张冲, 刘党辉, 王春明, 等. 北斗系统 B1 频点信号可靠捕获方法研究 [J]. 导航定位学报, 2014, 2(2):58-62.
Zhang Chong, Liu Dang-hui, Wang Chun-ming, et al. Research on reliable signal acquisition algorithm for BDS B1 signal [J]. Journal of Navigation and Positioning, 2014, 2(2):58-62. (in Chinese)
- [7] 周三文, 黄龙, 卢满宏. FFT 在高动态扩频信号捕获中的应用 [J]. 飞行器测控学报, 2005, 24(2):61-64.
Zhou San-wen, Huang Long, Lu Man-hong. Acquisition of high dynamic spread spectrum signals with FFT [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2005, 24(2):61-64. (in Chinese)
- [8] 赵春燕, 崔巍. 一种可克服非相干数据影响的直扩信号捕获算法 [J]. 电子学报, 2011, 39(7):1491-1496.
Zhao Chun-yan, Cui Wei. A DSSS signal acquisition algorithm for overcoming the impact of non-coherent data modulation [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7):1491-1496. (in Chinese)
- [9] Psiaki M L. Block acquisition of weak GPS signals in a software receiver [A]. ION GPS 2001 [C]. Salt Lake City, UT: The Institute of Navigation, 2001. 168-179.
- [10] Song Y Y, Li X, Yang Y K, et al. Enhanced full bit acquisition algorithm for software GPS receiver in weak signal environment [A]. Proceedings of IEEE 2011 International Conference on Computational Problem-Solving [C]. Chengdu: IEEE, 2011. 440-443.
- [11] Jayaram C, Murthy C R. Noncoherent integration for signal detection: analysis under model uncertainties [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(4):2413-2430.
- [12] Kim J H, Sarin S V, Yasunaga M, et al. Robust noncoherent PN-code acquisition for CDMA communication systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2001, 50(1):278-286.
- [13] 章兰英, 袁嗣杰, 陈源. 航天扩频测控系统中伪码捕获方法研究 [J]. 电子学报, 2011, 39(6):1471-1476.
Zhang Lan-ying, Yuan Si-jie, Chen Yuan. Research on pseudo code acquisition method in aerospace spread spectrum TT&C system [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6):1471-1476. (in Chinese)
- [14] So H C, Chan Y T, Ma Q, et al. Comparison of various periodograms for sinusoid detection and frequency estimation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(3):945-950.
- [15] 全靖. 非凸规划问题的全局最优性条件和全局最优化方法 [D]. 上海: 上海大学, 2014.
Quan Jing. Global optimality conditions and global optimization methods for nonconvex optimization problem [D]. Shanghai: Shanghai University, 2014. (in Chinese)
- [16] Lim C H, Lee H S. Performance of order-statistics CFAR detector with noncoherent integration in homogeneous situations [J]. IEE Proceedings of Radar and Signal Processing, 1993, 140(5):291-296.
- [17] 刘振宏, 马绍汉. 离散最优化算法 [M]. 北京: 科学出版社. 2012. 46-48.

作者简介



熊竹林 男, 1988 年 10 月出生, 山东菏泽人. 2009 年本科毕业于北京理工大学电子工程系, 现为北京理工大学信息与电子学院博士研究生. 主要研究方向为卫星导航与扩频通信.
E-mail: bit_xzhl@163.com



安建平 男, 1965 年 5 月出生, 山西原平人. 1987 年本科毕业于解放军信息工程学院信息科学系, 1996 年博士毕业于北京理工大学电子工程系, 现为北京理工大学信息与电子学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为卫星导航与扩频通信.